



TITLE:

多目的緊急施設配置問題に対する
対話型ファジィ満足化手法(不確実
性を含む意思決定の数理とその応
用)

AUTHOR(S):

宇野, 剛史; 片桐, 英樹; 加藤, 浩介

CITATION:

宇野, 剛史 ...[et al]. 多目的緊急施設配置問題に対する対話型ファジィ満足化手法(不確実性を含む意思決定の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 2007, 1548: 162-169

ISSUE DATE:

2007-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/80822>

RIGHT:

多目的緊急施設配置問題に対する対話型ファジィ満足化手法

広島大学大学院工学研究科 宇野 剛史 (Takeshi Uno)
広島大学大学院工学研究科 片桐 英樹 (Hideki Katagiri)
広島大学大学院工学研究科 加藤 浩介 (Kosuke Kato)
Graduate School of Engineering, Hiroshima University

1 はじめに

本論文では、救急車デポ [6] や消防署 [8] などのような緊急施設に対する最適配置問題について考察する。松富等 [6] は、事故発生時において現場から最寄の緊急施設から救急車が出発し、けが人を最寄の医療機関に輸送する状況を想定した緊急施設配置問題について考察した。このような緊急施設配置問題では主に二つの要素を考慮する必要がある。

一つは距離（ノルム）である。施設配置問題とノルムの関係については、Martini による文献 [4] が詳しい。緊急施設配置問題に関する研究では、主に二つのノルムが用いられている。一つはユークリッドノルムである [1]。ユークリッド・ノルムでは、平面上の任意の点で全ての方向に移動可能であると仮定されている。しかし、例えば都心部では道路の存在する方向にのみ移動可能であるように、緊急施設配置問題においてこの仮定は成り立たない場合も多い。もう一つはブロックノルムである [11]。ブロック・ノルムでは移動のしやすさを表す重みが付いている幾つかの方向ベクトルが与えられており、平面上の任意の点でそれらの方向にのみ移動可能であると仮定されている。A-距離は Widmayer 等 [12] によって提案されたブロックノルムの一つであり、移動可能な方向が同じ重みの与えられた幾つかの方向ベクトルにより定められる。本論文では、松富等 [6] の A-距離を用いた緊急施設配置問題研究を基に新しい緊急施設配置問題を提案する。

もう一つは最適性基準である。従来の緊急施設配置問題 [8] において、意思決定者の目的は最悪の場合に対応するために緊急施設から最遠点までの距離を短縮することと表されている。本研究では、上記の目的に加えて、特に事故頻度の高い地点について素早く対応可能な事故頻度を高めることを新たに目的として導入し、二目的計画問題として定式化する。多目的計画問題では一般に完全最適解は存在しないことから、意思決定者の満足解を導出するために対話型ファジィ満足化手法 [9] が提案されている。この手法では、意思決定者の与える基準メンバシップ値に対応してミニマックス問題を効率的に解く必要がある。本論文では Kennedy 等 [2] によって提案された生物群最適化 (PSO) 手法を応用する。

本論文の構成は次の通りである。第 2 章では、A-距離の定義及び性質について述べる。第 3 章では、A-距離を用いた多目的緊急施設配置問題を定式化する。第 4 章では、意思決定者の満足解を導出するために対話型ファジィ満足化手法を応用する。この手法におけるミニマックス問題に対する解法として、第 5 章では PSO 手法について述べる。第 6 章では、多目的緊急施設配置問題の数値例に対する PSO 手法の有効性及び対話型ファジィ満足化手法の適用結果を述べる。最後に、第 7 章で結論及び今後の課題について述べる。

2 A-距離

本章では、A-距離の定義及びその性質について述べる。以下では、 a 個の方向ベクトルが存在し、平面 R^2 内の任意の点で移動可能な方向がこれらのベクトルで表される状況について考察する。移動可能な方向は、 xy 平面における x 軸と方向ベクトルとの角度により表されるものとする。例えば、方向 0 は x 軸であり、方向 $\pi/2$ は y 軸である。移動可能な方向の集合を $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_a\}$ をおく。ここで、 $0 \leq \alpha_1 \leq \dots \leq \alpha_a < \pi$ とする。方向ベクトルが A 内にある線、直線、及び線分を A -方向であるという。このとき、2点 $p_1, p_2 \in R^2$ 間の A -距離は次式で表される：

$$d_A(p_1, p_2) := \begin{cases} d_2(p_1, p_2), & p_1, p_2 \text{ がある } A\text{-方向な直線上にある場合,} \\ \min_{p_3 \in R^2} \{d_A(p_1, p_3) + d_A(p_3, p_2)\}, & \text{それ以外の場合.} \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、 $d_2(\cdot, \cdot)$ はユークリッド距離を意味する。

2点 p_1, p_2 間の A -距離における二等分線は次式で定義される：

$$B_A(p_1, p_2) = \{p \mid d_A(p_1, p) = d_A(p_2, p)\}. \quad (2.2)$$

平面 R^2 内にある n 個の点の集合を $Q = \{p_1, \dots, p_n\}$ と表す。このとき、 A -距離におけるボロノイ多角形 $V_A(p_i)$, $i = 1, \dots, n$ は次式で定義される：

$$V_A(p_i) = \bigcap_{j \neq i} \{p \mid d_A(p, p_i) \leq d_A(p, p_j), p \in R^2\}. \quad (2.3)$$

ボロノイ多角形の辺及び頂点は各々ボロノイ辺及びボロノイ点とよばれる。全てのボロノイ多角形の集合は平面 R^2 の分割とみなすことができ、ボロノイ図とよばれる。集合 Q に対するボロノイ図を $VD_A(Q)$ とおくと、 $VD_A(Q)$ を構成するための計算時間は $O(n \log n)$ と評価される [12]。

3 多目的緊急施設配置問題の定式化

本章では、 A -距離を用いた多目的緊急施設配置問題を定式化する。発生する事故に対応するために緊急施設を配置する領域を閉凸多角形 $S \subset R^2$ により表す。この問題では以下の状況を仮定している：もし事故が S 内のある地点で発生したならば、その点から最も近い緊急施設から救急車が送られ、その後けが人を最も近い医療機関に輸送する。まず、緊急施設から事故現場を経由して医療機関までに至る道程に対するミニマックス基準について述べる。 m 個の医療機関の位置を $h_1, \dots, h_m \in S$ とし、 n 個の緊急施設の位置を $y_1, \dots, y_n \in S$ とする。また、 $Y = (y_1, \dots, y_n)$ とする。このとき、事故現場 $p \in S$ に対する道程の A -距離は次式で表される：

$$u(Y, p) := \min_{i=1, \dots, n} d_A(y_i, p) + \min_{j=1, \dots, m} d_A(p, h_j). \quad (3.1)$$

意思決定者は S 内の全ての点に対して素早く対処できるように配置することを目的の一つとみなす。このとき、一番目の目的関数は次式で表される：

$$f_1(Y) := \max_{p \in S} u(Y, p) \quad (3.2)$$

次に、事故の頻度に関する新しい基準について述べる。この問題では、意思決定者が S 内の事故頻発地点について既知であると仮定し、 k 個の事故頻発地点の位置を各々 $a_1, \dots, a_k \in S$ とおく。また、 k 個の事故頻発地点における事故の頻度を $w_1, \dots, w_k > 0$ とおく。けが人に対する医療行為が十分に間に合う反応距離の上限を $\gamma > 0$ とおく。このとき、緊急施設が距離 $\gamma > 0$ で対処できる事故頻発地点の重みの総和を大きくすることを目的の一つとみなし、二番目の目的関数を次式のように表す：

$$f_2(Y) := \sum_{i \in \{a_i | u(Y, a_i) \leq \gamma\}} w_i, \quad (3.3)$$

したがって、多目的緊急施設配置問題は次のように定式化される：

$$P_M : \left. \begin{array}{ll} \text{minimize} & f_1(Y) \\ \text{maximize} & f_2(Y) \\ \text{subject to} & Y = (y_1, \dots, y_n) \in S^n \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

多目的緊急施設配置問題 P_M を解くためには、任意の施設配置に対して目的関数値を計算する必要がある。次の定理は f_1 の目的関数値を導出するために有用な定理である。

定理 1 $u(Y, p)$ を最大にする $p \in S$ は以下で表される点の中の一つである：

- 閉凸多角形領域 S の頂点,
- S の境界と $V(h_1), \dots, V(h_m)$ のボロノイ辺との交点,
- $V(h_1), \dots, V(h_m)$ のボロノイ点,
- $V(x_1), \dots, V(x_n)$ のボロノイ点,
- S の境界と $V(x_1), \dots, V(x_n)$ のボロノイ辺との交点,
- $V(x_1), \dots, V(x_n)$ のボロノイ辺と $V(x_1), \dots, V(x_n)$ のボロノイ辺との交点.

定理 1 で挙げられた点は医療機関におけるボロノイ図及び緊急施設の各配置に対するボロノイ図を描くことにより導出可能である。これらの点の中に関する道程の最大距離を求めることで、 f_1 の目的関数値が導出される。

4 対話型ファジィ満足化手法

本章では、多目的緊急施設配置問題 P_M に対する意思決定者の満足解を導出するために、坂和等 [9] によって提案された対話型ファジィ満足化手法について説明する。

現実の意思決定において、意思決定者は目的関数値を最小（最大）化したいと考えるよりも、ある値より良くしたいと考える方が一般的である。このような目的は意思決定者の判断のあいまい性を含み、ファジィ目標とよばれる。以下では、問題 P_M の二つの目的関数 f_1, f_2 を各々メンバシップ関数 μ_1, μ_2 により規定されるファジィ目標として表す。

以下では各目的に対してファジィ目標を規定するメンバシップ関数の例を挙げる。一番目の目的については、線形メンバシップ関数によりファジィ目標を規定する例を挙げる。目的関数 f_1 について、意思決定者は目的関数値が d_e 以上であれば十分満足であり、 d_e 以上であったとしても d_ℓ 以下であれば少しは満足でき、 d_ℓ 以上であれば全く満足できないと考えるものとする。このとき、線形メンバシップ関数は次式で表される：

$$\mu_1(f_1(Y)) := \begin{cases} 1, & \text{if } f_1(Y) < d_e, \\ \frac{f_1(Y) - d_e}{d_\ell - d_e}, & \text{if } d_e \leq f_1(Y) < d_\ell, \\ 0, & \text{if } f_1(Y) \geq d_\ell. \end{cases} \quad (4.1)$$

次に、二番目の目標に関するメンバシップ関数の例を次式に挙げる：

$$\mu_2(f_2(Y)) := f_2(Y) / \sum_{i=1}^k w_i \quad (4.2)$$

上記のようにメンバシップ関数を与えることにより、問題 P_M は次の多目的ファジィ計画問題に再定式化される：

$$P_Z : \left. \begin{array}{ll} \text{maximize} & \mu_1(f_1(Y)) \\ \text{maximize} & \mu_2(f_2(Y)) \\ \text{subject to} & Y \in S^n \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

問題 P_Z は一般に完全最適解をもたないため、多目的ファジィ計画問題に対する最適解として M-パレート最適解の概念が一般に用いられている。

定義 2 $\mu_i(f_i(Y)) \geq \mu_i(f_i(Y^*))$, $i = 1, 2$ で、しかもある $j \in \{1, 2\}$ について $\mu_j(f_j(Y)) > \mu_j(f_j(Y^*))$ となるような $Y \in S^n$ が存在しないとき、 Y^* を M-パレート最適解とよぶ。

対話型ファジィ満足化手法 [9] は意思決定者との対話を通して満足解となる M-パレート最適解を導出する手法であり、その手順は以下の通りである。

手順 1: メンバシップ関数 μ_1, μ_2 を、例えば式 (4.1), (4.2) のように設定する。

手順 2: 初期の基準メンバシップ値 $(\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2)$ を与える。

手順3: 与えられた基準メンバシップ値 $(\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2)$ に対応する M-パレート最適解を求めるために、次のミニマックス問題を解く:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \max_{i=1,2} \left\{ \bar{\mu}_i - \mu_i(f_i(Y)) + \rho \sum_{j=1}^2 (\bar{\mu}_j - \mu_j(f_j(Y))) \right\} \\ & \text{subject to} \quad Y \in S^n, \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで、 ρ は十分に小さい正数である。

手順4: もし意思決定者が現在の基準メンバシップ値に対応する最適解に満足すればアルゴリズムは終了し、得られた M-パレート最適解は満足解である。そうでなければ、意思決定者の選好や現在のメンバシップ値などに基づいて基準メンバシップ値 $(\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2)$ を更新し、手順3に戻る。

手順3において、与えられた基準メンバシップ値に対してミニマックス問題を解く必要がある。次章では、このミニマックス問題を解くための効率的解法を提案する。

5 生物群最適化

生物群最適化 (PSO) 手法は Kennedy 等 [2] によって提案された最適化手法であり、群れをなす生物の社会的行動に基づいている。各個体の移動は個体自身の記憶及び群れ全体での共有知識の両方に基づいて表される。各個体は探索空間内の位置ベクトル、移動ベクトル、各個体の探索過程における最良の位置、及び、群れ全体の最良の位置といった属性をもつものとする。このとき、PSO 手法の概要は以下の通りである。

手順1: N 個の初期個体を探索空間内にランダムに発生させる。

手順2: 各個体に対して、属性に基づき移動ベクトルを求める。

手順3: 各個体について、現在の位置及び移動ベクトルから新しい位置を求める。

手順4: アルゴリズムの終端条件をみたせば、終了する。そうでなければ、手順2に戻る。

以下では手順2について詳細に述べる。 i 番目の世代 t における位置及び移動ベクトルを各々 \mathbf{x}_i^t , \mathbf{v}_i^t とおく。このとき、世代 $t+1$ における移動ベクトル \mathbf{v}_i^{t+1} 及び位置 \mathbf{x}_i^{t+1} を Shi 等 [10] によって導入された次式で求める:

$$\mathbf{v}_i^{t+1} := \omega^t \mathbf{v}_i^t + c_1 R_1^t (\mathbf{p}_i^t - \mathbf{x}_i^t) + c_2 R_2^t (\mathbf{p}_g^t - \mathbf{x}_i^t), \quad (5.1)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+1} := \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1}. \quad (5.2)$$

式 (5.1) において、 R_1^t , R_2^t は $[0, 1]$ 内でランダムに与えられた変数であり、 \mathbf{p}_i^t は i 番目の個体に対する過去の探索で得られた最良点であり、 \mathbf{p}_g^t は群れ全体での最良点である。また、式 (5.1) では3つのパラメータ ω^t , c_1 , c_2 に依存している。

ミニマックス問題(4.4)における目的関数を g とおく. 個体 i の世代 $t+1$ において移動後に目的関数値 $g(\mathbf{x}_i^{t+1})$ を求め, 世代 t までの個体 i の最良値 $g(\mathbf{p}_i^t)$ と比較する. もし $g(\mathbf{x}_i^{t+1}) < g(\mathbf{p}_i^t)$ ならば, 個体の最良の位置を $\mathbf{p}_i^t := \mathbf{x}_i^{t+1}$ に更新する. さらに, もし $g(\mathbf{p}_i^{t+1}) < g(\mathbf{p}_g^t)$ ならば, 群れ全体の最良の位置を $\mathbf{p}_g^{t+1} := \mathbf{p}_i^{t+1}$ に更新する.

上記で述べた PSO 手法には 2 つの問題点がある. 一つは個体が群れの最良点に集中しすぎてしまうことで, 式 (5.2) で求められた移動ベクトル \mathbf{v}_i^{t+1} が群れの最良点に向かう方向ベクトルを常に含むことが原因で局所最適解から抜け出すことが困難となることが知られている. もう一つは制約付きの問題に対して個体が移動後に実行可能になるとは限らないことである. 松井等 [5] はこれらの問題点に対して改良した PSO 手法を提案した. 本研究では, 松井等によって提案された PSO 手法を用いる.

6 数値実験

本章では, 多目的緊急施設配置問題の数値例に対して PSO 手法を用いた対話型ファジィ満足化手法を適用する. この数値例では 2 つの緊急施設を配置する状況, すなわち $n = 2$ の緊急施設配置問題について考察する. 配置領域 S は $[0, 100]^2$ 内でランダムに与えた 20 個の点に対する凸包として与える. A -距離について, $A = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4\}$ とおく. S 内に医療機関は 3 つ存在し, その位置はランダムに与えるものとする. 事故頻度に関する目的関数について, $\gamma = 15$ とおき, 100 個の事故頻発地点に対する位置を S 内でランダムに与え, 頻度に関する重みを $(0, 1]$ 内でランダムに与える.

上記の数値例に対して, 以下では対話型ファジィ満足化手法を適用する. 手順 1 において, 2 つのファジィ目標を表すために, 第 5 章で述べメンバシップ関数 (4.1) 及び (4.2) を用いる. ここで, $d_e = 5, d_\ell = 120$ とする. 手順 3 において, 与えられた基準メンバシップ値に対するミニマックス問題を PSO 手法により解く. ここで, $\rho = 10^{-3}$ とおく. PSO 手法のパラメータについて, 個体群サイズを 40, 世代数を 500 とし, 各個体の移動の際に使用する係数を $c_1 = c_2 = 2$ とする. また, PSO 手法の有効性を示すために, 比較手法として制約条件付きの問題に対する遺伝的アルゴリズムである GENOCOP [3] を用いてミニマックス問題を解く. 各アルゴリズムを 20 回ずつ試行した計算結果を表 1 に示す. 表 1 から, PSO 手法は殆どの試行において GENOCOP よりも良い解を得ており, このことはミニマックス問題に対して PSO 手法が有効であることを示している.

手順 4 において, 意思決定者はミニマックス問題を解いて得られた M-パレート最適解に満足するか否かを判定する. もし意思決定者が満足すれば対話は終了し, そうでなければ意思決定者は現在のメンバシップ関数値を考慮した上で基準メンバシップ値 $(\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2)$ を更新し, 再び手順 3 においてミニマックス問題を解く. この緊急施設配置問題の例において, 意思決定者は目的関数 f_1 を f_2 より重視しているものとする. このとき, 意思決定者は μ_2 の値が多少悪くなっても μ_1 の値を改善したいが, μ_2 の値があまりに悪すぎることも望まないと考えられる. 対話型ファジィ満足化手法を適用した一例を表 2 に示す.

表 2 において, 意思決定者は反復 1 回目で得られた M-パレート最適解に対して, μ_1 の値が悪すぎると考えて満足しなかった. よって, μ_1 の値を改善するために, 反復 2 回目

表 1: 計算結果

	PSO			GENOCOP		
ミニマックス問題	1	2	3	1	2	3
$\bar{\mu}_1$	1.0	1.0	0.9	1.0	1.0	0.9
$\bar{\mu}_2$	1.0	0.8	0.8	1.0	0.8	0.8
最良値	0.4104	0.3109	0.2608	0.4132	0.3111	0.2611
平均値	0.4106	0.3113	0.2611	0.4302	0.3292	0.2764
最悪値	0.4113	0.3120	0.2614	0.4483	0.3440	0.2885
平均計算時間 (秒)	9.5196	10.080	9.0718	10.101	11.982	10.044

表 2: 対話型ファジィ満足化手法の結果

反復回数	1	2	3
$\bar{\mu}_1$	1.0	1.0	0.9
$\bar{\mu}_2$	1.0	0.8	0.8
$\mu_1(f_1(Y^*))$	0.5901	0.6892	0.6395
$\mu_2(f_2(Y^*))$	0.5897	0.4892	0.5393
平均計算時間 (秒)	9.5196	10.080	9.0718

で $\bar{\mu}_2$ を減らすことにより μ_1 の値が改善した M-パレート最適解が得られた。しかしながら、意思決定者は μ_2 の値が悪すぎると考えて満足しなかった。よって、 μ_2 の値を少し改善するために、反復 3 回目で $\bar{\mu}_1$ を少し減らすことにより μ_2 の値が改善した M-パレート最適解が得られた。このとき、意思決定者は μ_1, μ_2 いずれの値にも満足したことから、満足解が得られたためこの手法は終了する。

7 おわりに

本論文では、A-距離を用いた緊急施設配置問題を多目的計画問題に拡張した。問題に対する意思決定者の満足解を導出するために、PSO 手法を用いた対話型ファジィ満足化手法を提案した。提案手法を多目的緊急施設配置問題の数値例に適用することで、PSO 手法の有効性及び対話型ファジィ満足化手法による満足解の導出過程を示した。

今回提案した多目的緊急施設配置問題では、配置領域を凸多面体と仮定している。しかし、現実例において配置領域を必ずしも凸多面体で表現できるとは限らず、非凸非線形な領域として表現した方が妥当な場合が存在する。様々な種類の配置領域において対応可能な解法を構築することは今後の課題である。さらに、緊急施設配置問題が大規模、すなわち医療機関や緊急施設の数が多い場合には、対話型ファジィ満足化手法においてミニマッ

クス問題をより効率的に解くことが要求され、今後の課題の一つである。

参考文献

- [1] J. Elzinga, D.W. Hearn, *Geometrical solutions for some minimax location problems*. Trans. Sci., vol.6, pp.379-394, 1972.
- [2] J. Kennedy, R.C. Eberhart, *Particle swarm optimization*, Proc. of IEEE Int. Conf. Neural Networks, Piscataway, NJ, pp.1942-1948, 1995.
- [3] S. Koziel, Z. Michalewicz, *Evolutionary Algorithms, Homomorphous Mappings, and Constrained Parameter Optimization*. Evolutionary Computation, vol.7, No.1, pp.19-44, 1999.
- [4] H. Martini, A. Schöbel *Median hyperplanes in normed spaces - a survey*. Discrete Applied Mathematics, vol.89, pp.181-195, 1998.
- [5] T. Matsui, M. Sakawa, T. Uno, K. Kato, M. Higashimori, M. Kaneko, *Jumping pattern optimization for a serial link robot through soft computing technique*. Proc. of Joint 3rd Int. Conf. Soft Computing and Intelligent Systems and 7th Int. Symp. advanced Intelligent Systems, pp.1514-1518, 2006.
- [6] T. Matsutomi, H. Ishii, *Minimax location problem with A-distance*. J. Opl Res. Soc., vol.41, pp.181-195, 1998.
- [7] K.E. Parsopoulos, M.N. Varahatis, *Recent approaches to global optimization problems through Particle Swarm Optimization*. Natural Computing, vol.1, pp. 235-306, 2002.
- [8] D.R. Plane, T.E. Hendric, *Mathematical programming and the location of fire companies for the Denver fire department*. Opns. Res., vol.25, pp.563-578, 1977.
- [9] M. Sakawa, H. Yano, *An interactive fuzzy satisfying method using augmented minimax problems and its application to environmental systems*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol.SMC-15, pp.720-729, 1985.
- [10] Y. Shi, R.C. Eberhart, *A modified particle swarm optimizer*. Proc. of IEEE Int. Conf. Evolutionary Computation, Anchorage, Alaska, 1998.
- [11] J.E. Ward, R.E. Wendell, *Using block norm for location modeling*. Opns. Res., vol.33, pp.1074-1090, 1985.
- [12] P. Widmayer, Y.F. Wu, and C.K. Wong, *On some distance problems in fixed orientations*. SIAM J. COMPUT., vol.16, pp.728-746, 1987.